Schleswig-Holstein
Der echte Norden

Schleswig-Holstein
Ministerium für Bildung,
Wissenschaft und Kultur

Zentrale Abschlussarbeit 2020

Mathematik

Korrekturanweisung

Mittlerer Schulabschluss

Herausgeber
Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein
Brunswiker Str. 16-22, 24105 Kiel

Aufgabenentwicklung
Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein
Fachkommissionen für die Zentralen Abschlussarbeiten in der Sekundarstufe I

Umsetzung und Begleitung
Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein
zab1@bildungsdienste.landsh.de

Grundsätzlich gilt, dass alle Rechenvarianten, die über einen nachvollziehbar richtigen Lösungsweg zu einem richtigen Ergebnis führen, mit voller Punktzahl bewertet werden.

A Kurzformaufgaben Lösung

A1 Gib an, welcher Körper jeweils beschrieben ist.

Der Körper hat nur gleich große quadratische Flächen.

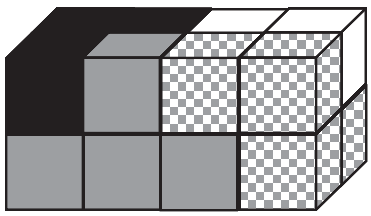
Würfel

Der Körper hat zwei dreieckige und drei rechteckige Flächen.

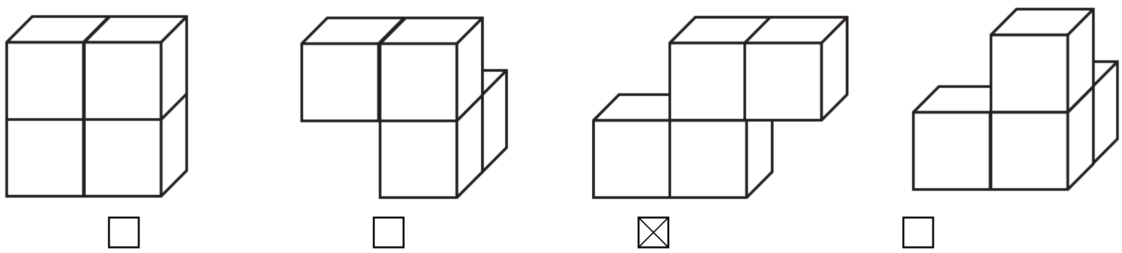
Dreiecksprisma/Prisma

/2 P.

A2 Ein Quader besteht aus vier verschiedenen Teilen. Dabei besteht jedes Teil aus vier gleich großen Würfeln.



Kreuze an, welche Form das weiße Teil hat.



/1 P.

A3 Steven würfelt gleichzeitig mit fünf Würfeln und erzielt die Augensumme 6.

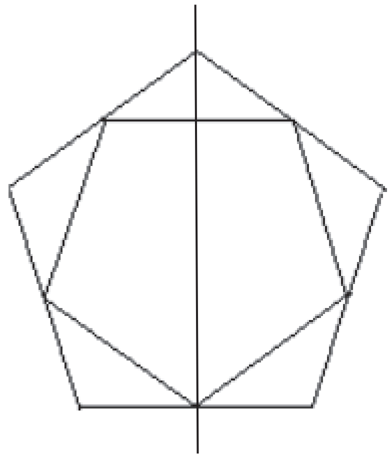
Kreuze an, wie viele Einsen dabei sind.

☐ 3 ☒ 4 ☐ 5

/1 P.

A4 Zeichne eine Symmetrieachse dieser Figur ein.

Es gibt 5 Lösungen.



/1 P.

A5 Kreuze jeweils an.

	wahr	falsch
Zahlen mit Quersumme 6 sind immer durch 6 teilbar.	☐	☒
Das Produkt zweier aufeinanderfolgender natürlicher Zahlen ist immer gerade.	☒	☐
Die Summe zweier aufeinanderfolgender natürlicher Zahlen ist immer gerade.	☐	☒

/3 P.

A6 Viola möchte sich einen Computer für 550 € kaufen. Von ihrer Tante bekommt sie dafür 150 €. Durch das Austragen von Prospekten kann sie monatlich 20 € dazu verdienen. Mit welcher Gleichung kann Viola berechnen, wie viele Monate sie noch sparen muss? Kreuze an!

☒ $550 - 150 = 20 \cdot x$

☐ $150 \cdot x + 20 = 550$

☐ $20 \cdot x - 150 = 550$

/1 P.

A7 Die Wertetabelle gehört zu einer linearen Funktion.

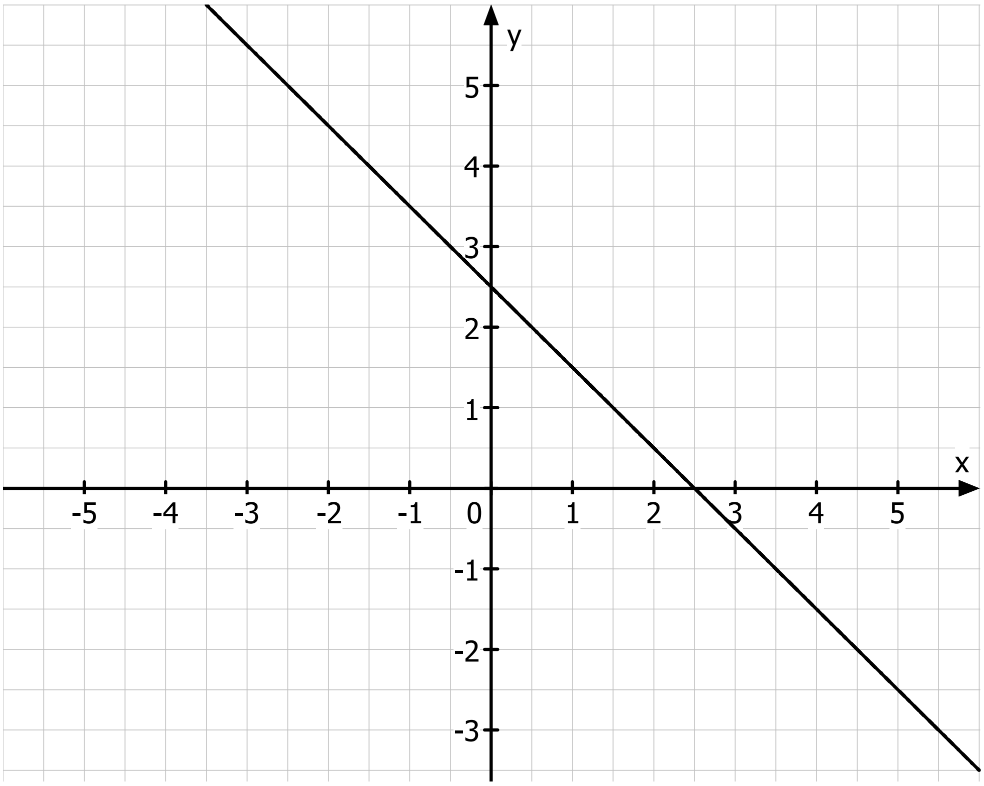
x	-3	-2	-1	0	1	2	3
f(x)	5,5	4,5	3,5	2,5	1,5	0,5	-0,5

Gib eine zugehörige Funktionsgleichung an.

$f(x) = -x + 2{,}5$

/1 P.

Stelle diese Funktion graphisch dar.



/1 P.

A8 Kira ist 7 Jahre, Zoe ist 14, Kübra ist 18 und Kim 15 Jahre alt.
Gib den größten Altersunterschied an.

11 Jahre

/1 P.

A9 Gib an, wie viele Minuten $\frac{5}{12}$ einer Stunde sind.

25 Minuten

/1 P.

A10 Kreuze an.

	wahr	falsch
sin(30°)= 0,5	☒	☐
cos(90°)= 0	☒	☐

/2 P.

A11 Das Volumen eines Würfels beträgt 8 cm³. Wie groß ist seine Oberfläche?

Kreuze an.

☐ 4 cm² ☐ 12 cm² ☒ 24 cm²

/1 P.

A12 In einer Lostrommel mit 500 Losen befinden sich 10 Hauptgewinne und 40 Kleingewinne. Die restlichen Lose sind Nieten.

Gib die Wahrscheinlichkeit an, einen Hauptgewinn zu erzielen:

$$P(Hauptgewinn) = \frac{10}{500}\,oder\,\frac{2}{100}\,oder\,\frac{1}{50}\,oder\,2\%$$

/1 P.

Gib die Wahrscheinlichkeit an, einen beliebigen Gewinn zu erzielen.

$$P(Gewinn) = \frac{50}{500}\,oder\,\frac{10}{100}\,oder\,\frac{1}{10}\,oder\,10\%$$

/1 P.

A13 Gib die Koordinaten des Scheitelpunkts und die Nullstellen von $f(x) = (x-3)^2 - 4$ an.

S (3 | - 4) $x_1 = 5$ $x_2 = 1$

/3 P.

A14 Welche Besonderheit gibt es beim Einzeichnen der Höhen in einem stumpfwinkligen Dreieck?

In stumpfwinkligen Dreiecken liegen (zwei) Höhen außerhalb des Dreiecks.

/1 P.

A15 Zu welcher der folgenden Funktionen gehört der Punkt (3/8)?

Kreuze an.

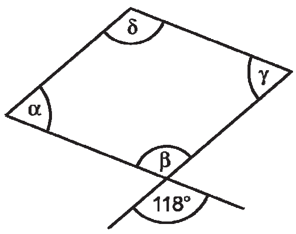
☒ $f(x) = 2^x$

☐ $g(x) = 3^x$

☐ $h(x) = 4^x$

/1 P.

A16 Bestimme die fehlenden Winkelgrößen dieser Raute.

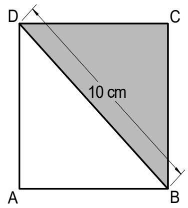


$\alpha = 62°$

$\beta = 118°$

/2 P.

A17 Die Diagonale des Quadrates ist 10 cm lang. Wie groß ist der Flächeninhalt der grauen Fläche?



☐ 20 cm² ☒ 25 cm² ☐ 100 cm²

/1 P.

A18 Die Dichte von Beton beträgt $2{,}4\,\frac{g}{cm^3}$.

Kreuze an, welches Volumen ein 14,4 g schweres Stück Beton hat.

☐ 3 cm³ ☐ 5 cm³ ☒ 6 cm³

/1 P.

A19 Eine der folgenden zwei Gleichungen hat keine Lösung.

Kreuze diese an und begründe:

☐ $x^2 - 0{,}64 = 0$

☒ $x^2 + 9 = 0$ (1)

Das Quadrat jeder Zahl ist positiv. Wenn noch 9 addiert werden, kann als Ergebnis niemals 0 herauskommen. (1)

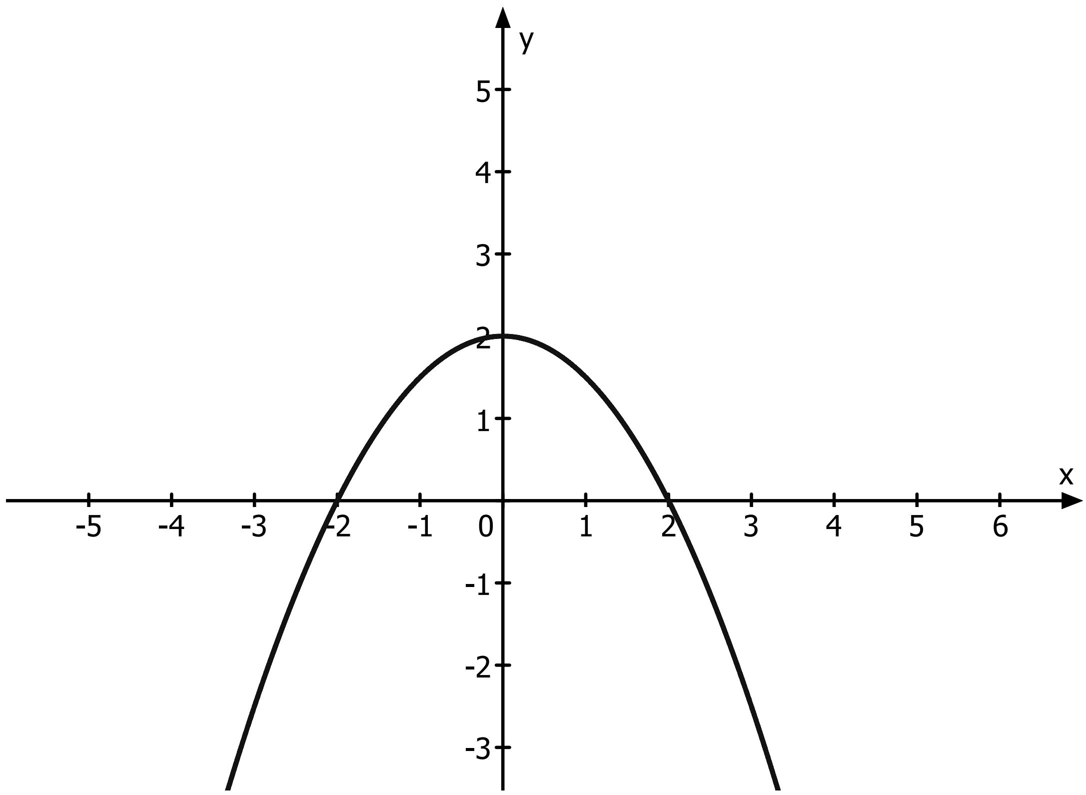
/2 P.

A20 Ein Schulfüller ist 15,0 cm lang und hat einen Durchmesser von 1,0 cm. Im Ort Hirschberg steht ein 4,50 m langes Modell dieses Füllers. Gib den Durchmesser des maßstäblichen Modells an.

☐ 10 cm ☒ 30 cm ☐ 45 cm

/1 P.

A21 Skizziere den Graphen der Funktion $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 2$



Scheitelpunkt bei y=2 (1)

Öffnung nach unten (1)

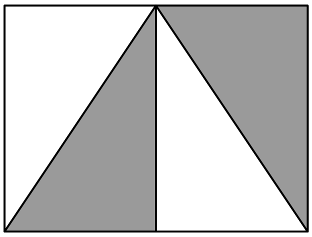
/2 P.

B1: Trigonometrie   Rechteck-Puzzle – Lösungen

Die 10. Klasse untersucht verschiedene Möglichkeiten, ein Rechteck in vier Teildreiecke zu zerlegen. Das Rechteck hat die Seitenlängen 40 mm und 30 mm. Alle Teildreiecke sollen den gleichen Flächeninhalt haben.

(1) Teildreiecke in Zerlegungsmuster **I**:

I



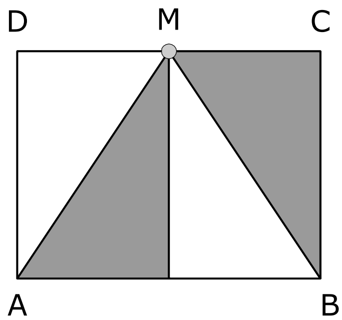
a) **Gib** den Flächeninhalt eines Teildreiecks in Zerlegungsmuster **I an**.

300 mm²

/1 P.

b) In Zerlegungsmuster **I** ist M der Mittelpunkt der Strecke $\overline{DC}$.

I



Weise rechnerisch nach, dass die Seite $\overline{AM}$ im Teildreieck AMD die Länge $\sqrt{1300}\text{ mm} \approx 36{,}0555\text{ mm}$ hat.

Satz des Pythagoras im rechtwinkligen Dreieck AMD:

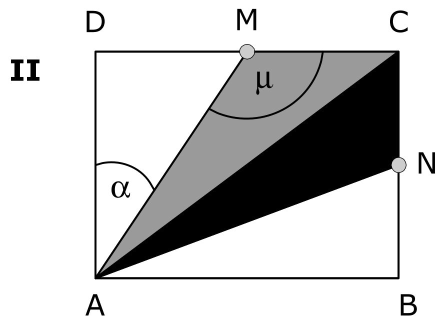
$|AD|^2 + |DM|^2 = |AM|^2$

$30^2 + 20^2 = 1300$

$|AM| = \sqrt{1300}\text{ mm} \approx 36{,}0555\text{ mm}$

/2 P.

(2) In Zerlegungsmuster **II** ist M ebenfalls der Mittelpunkt der Strecke $\overline{DC}$.



a) Begründe, dass die Strecke $\overline{AC}$ die Länge 50 mm hat.

$\overline{AC}$ ist die Hypotenuse im rechtwinkligen Dreieck ABC mit den Seitenlängen 40 mm und 30 mm
alternativ: Ausführen einer entsprechenden Rechnung.

/1 P.

b) Berechne das Winkelmaß α im Teildreieck AMD.

Tangens im rechtwinkligen Dreieck AMD:

$$\tan(\alpha) = \frac{20}{30} = 0,\overline{6} \quad \Rightarrow \quad \alpha \approx 33,6901°$$

/2 P.

c) Berechne das Winkelmaß μ.
Kosinussatz im Dreieck ACM:

$$|AC|^2 = |MA|^2 + |MC|^2 - 2 \cdot |MA| \cdot |MC| \cdot \cos(\mu) \quad \Rightarrow$$

$$\cos(\mu) = \frac{|MA|^2 + |MC|^2 - |AC|^2}{2 \cdot |MA| \cdot |MC|} = \frac{1300 + 400 - 2500}{2 \cdot \sqrt{1300} \cdot 20} \approx -0,5547 \quad \Rightarrow$$

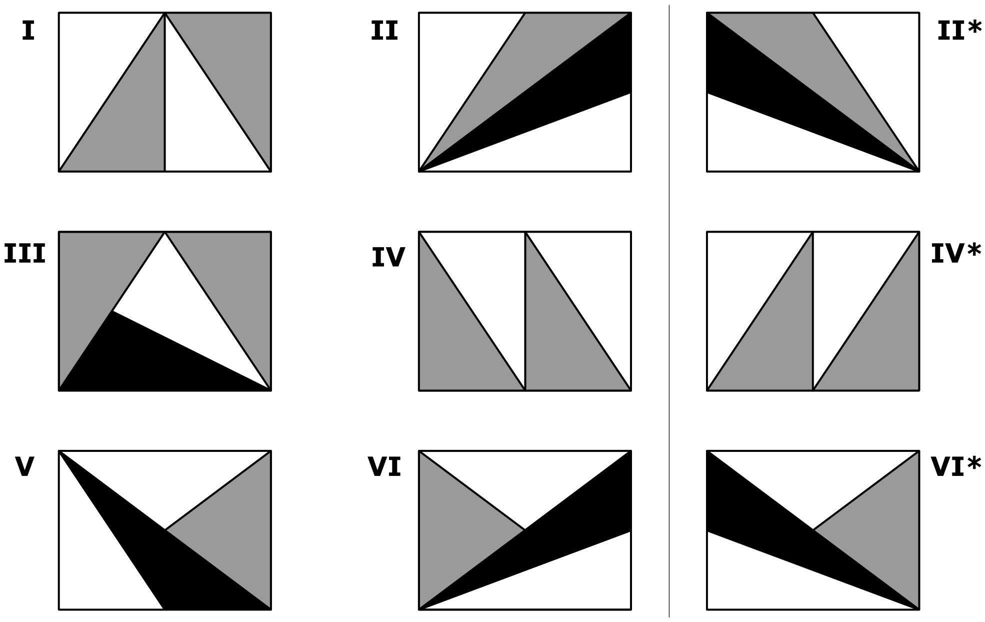
$\mu \approx 123,6901°$

Alternative: Man betrachtet zusätzlich das Dreieck AMD.
Der Nebenwinkel zu μ ist $90° - \alpha$, also
$\mu = 180° - (90° - \alpha) = 90° + \alpha \approx 123,6901°$.

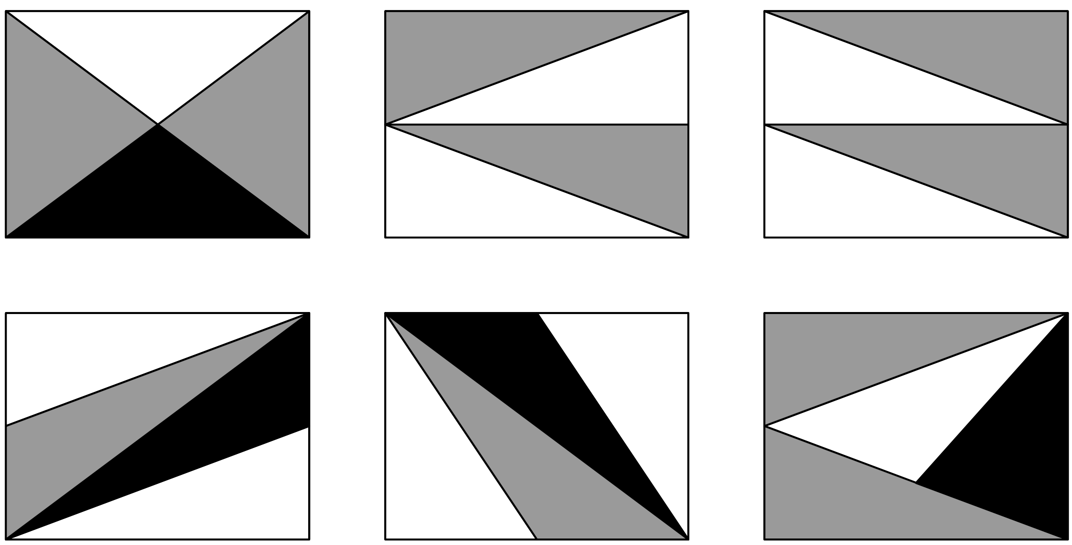
/3 P.

Wahlteil zu B1

(3)



Zeichne ein Zerlegungsmuster, das das Rechteck in vier Dreiecke mit dem gleichen Flächeninhalt zerlegt und das kein Spiegelbild der Muster **I** bis **VI** aus der Abbildung oben ist.

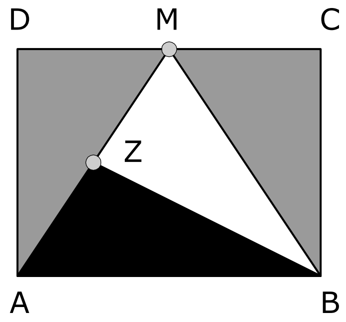


Zeichnen eines dieser sechs Muster oder einer spiegelbildlichen Version. Das Muster darf kein Spiegelbild der Muster I bis VI sein. Farbmarkierungen werden nicht erwartet.

/2 P.

(4) Untersuchung von Zerlegungsmuster **III**:

III



a) **Begründe**, dass das Dreieck ABM gleichschenklig sein muss.

Da die Dreiecke AMD und BCM kongruent sind, haben auch die Seiten $\overline{AM}$ und $\overline{BM}$ die gleiche Länge. Also ist das Dreieck ABM gleichschenklig.

Es könnte auch auf den in 1b) berechneten Wert verwiesen werden.

/2 P.

b) **Begründe**, dass das Dreieck ABM kein gleichseitiges Dreieck sein kann.

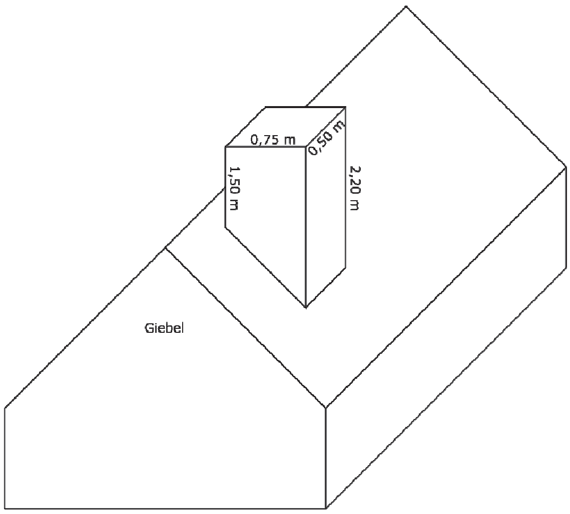
Die Seite $\overline{AB}$ ist so lang wie die längere Rechteckseite, 40 mm. Die Seiten $\overline{AM}$ und $\overline{BM}$ sind kürzer als die längere Rechteckseite, nämlich $\sqrt{1300}\text{ mm} \approx 36{,}0555\text{ mm}$, siehe 1 b).
Also ist das Dreieck ABM nur gleichschenklig, aber nicht gleichseitig.

Es könnte auch mit einer gemessenen Länge oder mit einem Kreisbogen argumentiert werden.

/2 P.

B2: Stereometrie — Schornstein - Lösung

(1) Der Schornstein eines Einfamilienhauses soll neu verkleidet werden.



(Zeichnung nicht maßstabsgetreu)

a) **Gib an**, aus welchen geometrischen Figuren die Seitenflächen des Schornsteins bestehen.

Rechteck(e), (1)

Trapez(e) (1)

/2 P.

b) Die Seitenflächen des Schornsteins sollen mit Schieferplatten verkleidet werden.

Berechne die Größe der zu verkleidenden Fläche.

$A_{ges} = 2 \cdot A_{Tr} + A_{R_I} + A_{R_{II}}$ (1)

$A_{ges} = 2 \cdot \frac{1{,}5 + 2{,}2}{2} \cdot 0{,}75 + 2{,}2 \cdot 0{,}5 + 1{,}5 \cdot 0{,}5$ (1)

$A_{ges} \approx 2{,}78 + 1{,}1 + 0{,}75$

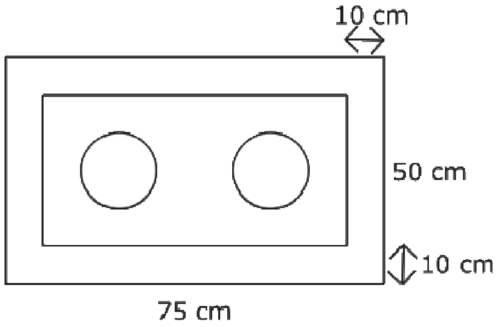
$A_{ges} \approx 4{,}63$ (1)

Die Größe der zu verkleidenden Fläche beträgt ungefähr $4{,}63\ m^2$.

/3 P.

(2) Der Schornstein aus Aufgabe 1 hat eine Wandstärke von 10 cm. In diesen Schornstein sollen 2 neue Ofenrohre eingebaut werden. Die Ofenrohre sind zylindrisch und liegen nebeneinander.
Die Abbildung zeigt den Blick von oben auf den Schornstein.

a) **Trage** alle bekannten Maße **ein**. (1)
Skizziere die Umrisse der Ofenrohre in die Abbildung. (1)



/2 P.

b) **Begründe**, warum der Durchmesser dieser Rohre kleiner als 30 cm sein muss.

Innenmaße: Länge: $75 - 2 \cdot 10 = 55$ (1)

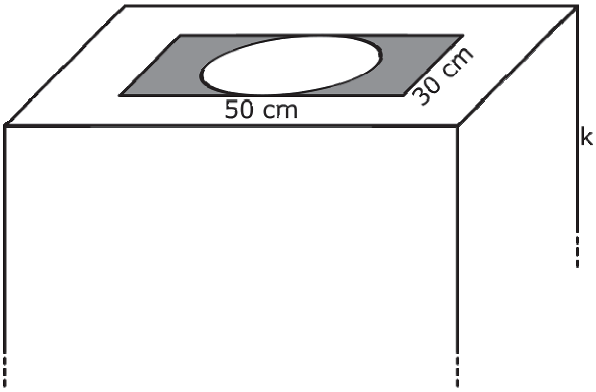
$\Rightarrow$ max. Durchmesser von 2 Rohren: 55 cm

$\Rightarrow$ max. Durchmesser von 1 Rohr: 27,5 cm < 30 cm (1)

/2 P.

Wahlteil zu B2

(3) Das Nachbarhaus hat auch einen Schornstein, in dem aber nur ein Ofenrohr eingebaut ist.



Die Innenmaße des Schornsteins betragen 50 cm x 30 cm. Das Ofenrohr passt genau in diesen Schornstein. Damit das Ofenrohr genug Halt hat, wurde der restliche Schornstein mit 750 Liter Beton ausgeschüttet.

a) **Gib** eine Formel zur Bestimmung des Betonvolumens **an**.

$V_{Beton} = A \cdot k - \pi \cdot r^2 \cdot k$ (2)

(Auch eine konkrete Lösung mit Zahlen ist zulässig.)

/2 P.

b) **Bestimme** die Höhe dieses Schornsteins.

$d = 30 \text{ cm} \quad \Rightarrow r = 15 \text{ cm}$

$V_{Beton} = 750 \text{ l} = 750\,000 \text{ cm}^3$ (1)

$750\,000 = 50 \cdot 30 \cdot k - \pi \cdot 15^2 \cdot k$ (1)

$750\,000 = (50 \cdot 30 - \pi \cdot 15^2) \cdot k$

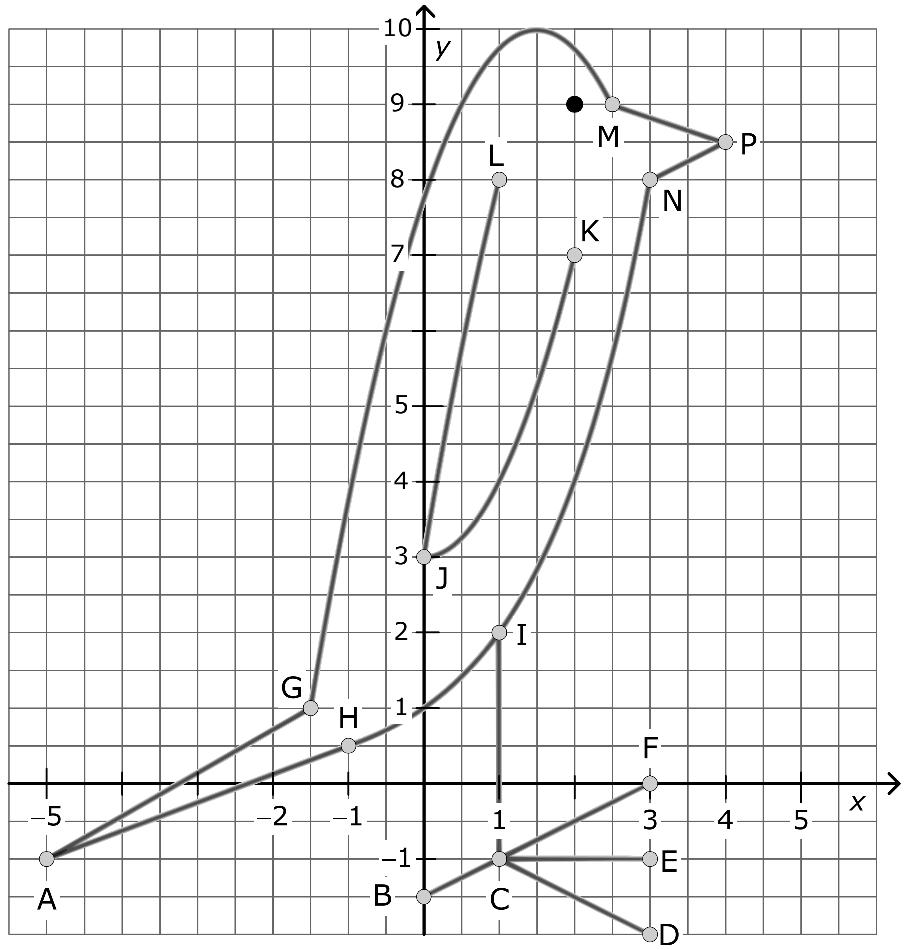
$\Rightarrow k = \dfrac{750\,000}{50 \cdot 30 - \pi \cdot 15^2}$ (1)

$k \approx 945{,}61 \text{ cm} \approx 9{,}46 \text{ m}$ (1)

/4 P.

B3: Funktionen — Der Vogel – Lösungen

Die Klasse 10a hat mit GeoGebra Bilder aus Funktionsgraphen gezeichnet.
Nina hat diesen Vogel gezeichnet. Die markierten Punkte liegen genau auf den Gitterpunkten. Dort beginnen oder enden die Stücke der Funktionsgraphen.



(1) Nina hat mit der Exponentialfunktion $e(x) = 2^x$ begonnen.

x	−1	0	1	2	3
$e(x)$	**0,5**	**1**	2	4	8

Ergänze die fehlenden Werte in der Tabelle.

/2 P.

(2) Für den Flügel wollte Nina eine lineare Funktion verwenden.

a) **Gib** die Funktionsgleichung einer Geraden an, die durch die Punkte J und L geht.

$g(x) = 5x + 3$

/2 P.

---

b) Nina findet, dass ein gebogener Rand doch besser aussieht. Sie verwendet die Parabel $h(x) = -(x-3)^2 + 12$.

Weise rechnerisch nach, dass die Punkte J und L auf der Parabel h liegen.

Punkt J: $h(0) = -(0-3)^2 + 12 = -9 + 12 = 3$ (1)

Punkt L: $h(1) = -(1-3)^2 + 12 = -4 + 12 = 8$ (1)

In der Mitte zwischen den Punkten J und L geht die Gerade durch den Gitternetzpunkt mit den Koordinaten $(0{,}5 \mid 5{,}5)$.

Vergleiche die Funktionswerte der Parabel und der Geraden an der Stelle $x = 0{,}5$.

Parabel: $h(0{,}5) = -(0{,}5-3)^2 + 12 = -6{,}25 + 12 = 5{,}75$

Der Funktionswert der Parabel an der Stelle 0,5 ist größer als der der linearen Funktion. (1)

Das Vergleichsergebnis „verschieden" soll auch akzeptiert werden.

/3 P.

---

c) Der Kopf und der Rücken werden durch eine Parabel dargestellt, die im Punkt G beginnt und im Punkt M endet. Der Graph geht außerdem durch die Punkte $(-0{,}5 \mid 6)$ und $(0{,}5 \mid 9)$.

Bestimme die Funktionsgleichung.

$p(x) = -(x-1{,}5)^2 + 10$

Z. B. durch Ablesen aus der Grafik.

/2 P.

Wahlteil zu B3

(3) Nina hat bei der Planung überlegt, für den Bauch des Vogels statt der Exponentialfunktion $e(x) = 2^x$ die Parabel $p(x) = x^2 - x + 2$ zu verwenden.

a) **Bestimme** die Koordinaten des Scheitelpunkts der Parabel p.

$p(x) = x^2 - x + 2 = x^2 - x + \frac{1}{4} - \frac{1}{4} + 2 = (x - \frac{1}{2})^2 + 1{,}75$

S (0,5 | 1,75)

/2 P.

b) **Fülle** in der Tabelle zwei leere Felder **aus**.

Du darfst für die Untersuchung in c) noch weitere Felder ausfüllen.

x	−1	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3
$e(x)$	**0,5**	**1**	**1,41**	2	**2,83**	4	**5,66**	8
$p(x)$	**4**	**2**	**1,75**	**2**	**2,75**	**4**	**5,75**	**8**

Angabe mindestens zweier richtiger Werte

/2 P.

c) In dieser Aufgabe sollst du untersuchen, in welchem Bereich beide Funktionsgraphen den Bauch des Vogels gleich gut darstellen.
Dazu kannst du zum Beispiel die Tabelle aus Teilaufgabe b) nutzen.

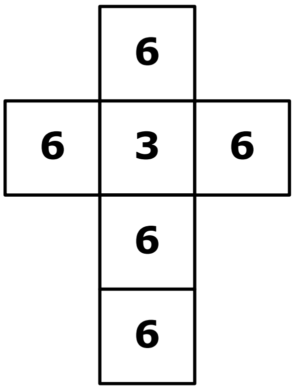
Gib an, von welchen Stellen x an die Funktionsgraphen von e und von p deiner Meinung nach deutlich voneinander abweichen, und **begründe** deine Meinung.

Es soll eine Stelle kleiner oder gleich 0,5 genannt werden. (1)
Als Begründung können Abweichungen der y-Werte genannt werden, die beim Zeichnen bemerkbar sind oder der Unterschied durch Symmetrie der Parabel zu p(x) und monotonem Wachstum des Graphen von e(x) links des Scheitelpunktes genannt werden. (1)

/2 P.

B4: Statistik und Wahrscheinlichkeit — Würfel - Lösungen

(1) Die Klasse 10 nutzt als Zufallsgerät den hier abgebildeten Würfel.



a) **Gib** für diesen Würfel die Wahrscheinlichkeit **an**, die Augenzahl 3 zu würfeln.

$P(3) = \frac{1}{6}$

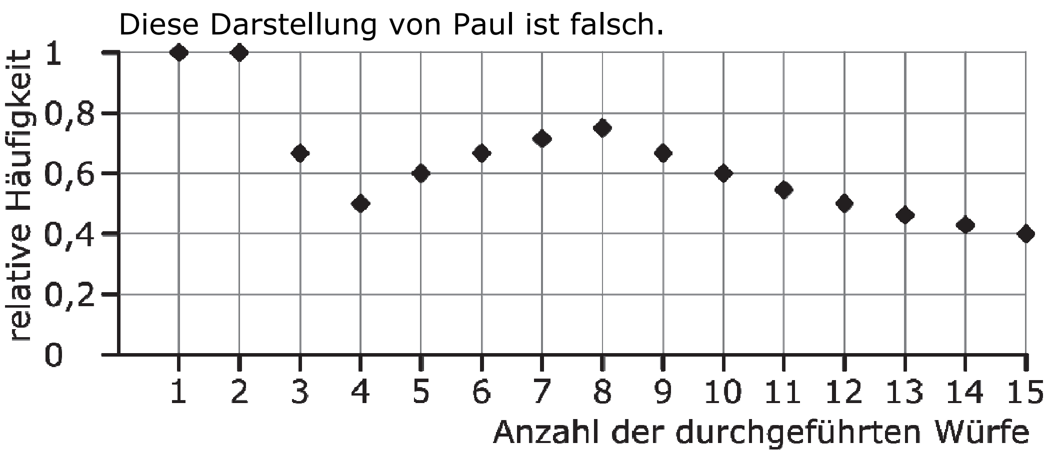
/1 P.

b) Eine Schülergruppe wirft diesen Würfel 15-mal und notiert die Ergebnisse jedes Wurfs in einer Tabelle.

Wurf Nr.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
geworfene Augenzahl	3	3	6	6	3	3	6	6	6	6	6	6	6	6	6

Alle Schülerinnen und Schüler zeichnen ein Diagramm, das zeigt, wie sich die relative Häufigkeit des Ereignisses „Augenzahl 3“ in Abhängigkeit von der Anzahl der Würfe verändert.

Paul hat das folgende Diagramm gezeichnet.



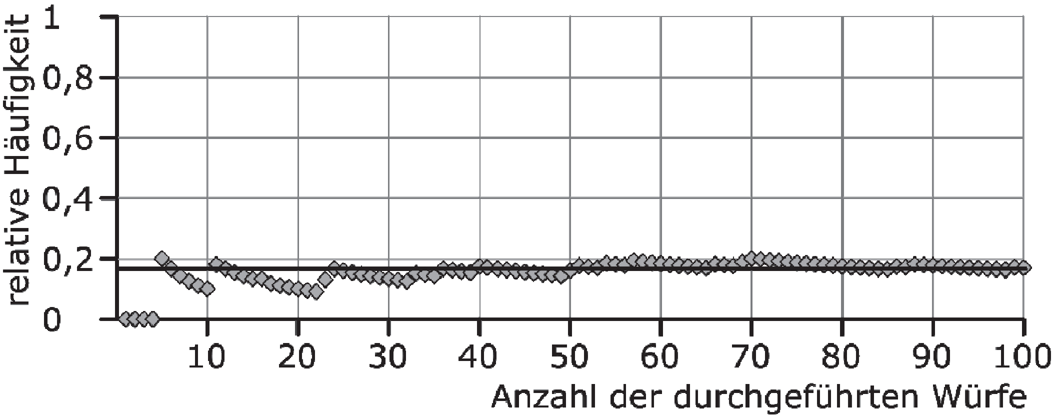
Begründe, dass die Darstellung von Paul falsch ist.

Z. B.: Der Verlauf der Punkte nach dem sechsten Wurf kann nicht weiter ansteigen, weil nach dem sechsten Wurf nur Sechsen auftreten, sodass die relative Häufigkeit abnimmt.

/1 P.

c) Eine Computersimulation dieses Würfelexperiments kann sehr unterschiedliche Verläufe zeigen.

Ein mögliches Diagramm zum Ereignis „Augenzahl 3“ ist hier abgebildet.



Gib das Ergebnis des ersten Wurfes zu dem Ereignis „Augenzahl 3“ **an**.

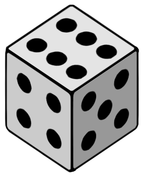
Das Ergebnis des ersten Wurfes ist eine Sechs/keine Drei. (1)

Bei zunehmender Anzahl der Würfe nähert sich die relative Häufigkeit für das Ereignis „Augenzahl 3“ einer Geraden an.

Zeichne diese Gerade in das Diagramm **ein**.

Die Gerade muss erkennbar über 0,15 und unter 0,2 liegen. (1)

/2 P.



(2) Es wird nun mit einem normalen Spielwürfel 100-mal gewürfelt.

Die Ergebnisse werden in einer Tabelle aufgeschrieben.

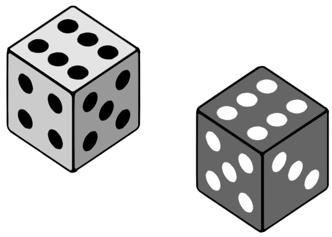
Anzahl der Würfe	100					
Augenzahl	1	2	3	4	5	6
absolute Häufigkeit	12	22	21	19	**11**	15
relative Häufigkeit	0,12	**0,22**	0,21	0,19	0,11	**0,15**

Ergänze die fehlenden Werte.

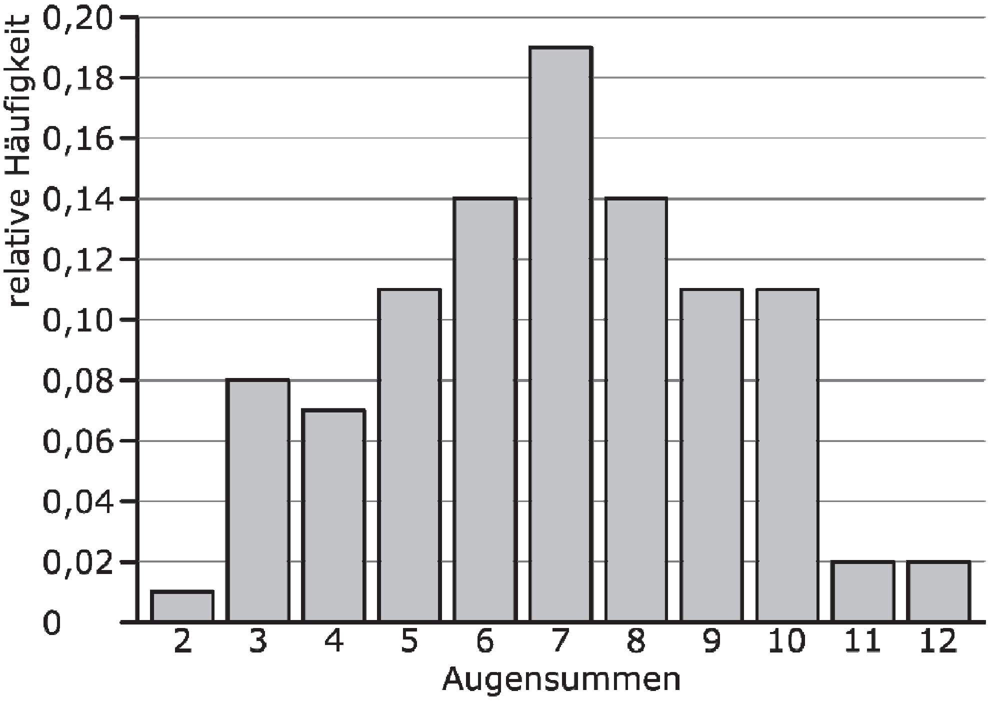
vgl. die fett gedruckten Werte in der Tabelle

/3 P.

(3) Lara würfelt mit zwei normalen Spielwürfeln und bildet jeweils die Augensumme. Insgesamt würfelt sie 200-mal.



Im folgenden Säulendiagramm sind die Ergebnisse dargestellt.



Erläutere, warum es zu erwarten war, dass die Säule für die Augensumme 7 viel höher ist als die Säule für die Augensumme 2.

Es gibt mehr Möglichkeiten, die Augensumme 7 zu bilden, als die Augensumme 2.

oder
Es gibt sechs Möglichkeiten, die Augensumme 7 zu bilden.
Es gibt nur eine Möglichkeit, die Augensumme 2 zu bilden.

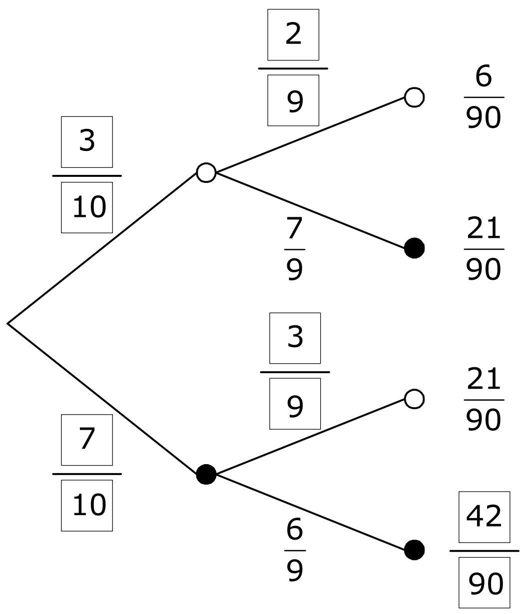
oder
Die Wahrscheinlichkeit für die Augensumme 7 beträgt $\frac{6}{36}$, während die Wahrscheinlichkeit für die Augensumme 2 nur $\frac{1}{36}$ beträgt.

/2 P.

Wahlteil zu B4

(4) In einem undurchsichtigen Behälter befinden sich schwarze und weiße Kugeln. Es wird zweimal ohne Zurücklegen gezogen.

Die Situation ist im folgenden Baumdiagramm dargestellt.



a) **Ergänze** im Baumdiagramm die fehlenden Wahrscheinlichkeiten.

Für jede Wahrscheinlichkeit wird jeweils ein Punkt vergeben.

/5 P.

b) Beim ersten Zug wurde eine weiße Kugel gezogen.

Gib die Wahrscheinlichkeit **an**, beim nächsten Zug eine schwarze Kugel zu ziehen.

Durch den ersten Zug hat sich die Anzahl der schwarzen Kugeln nicht verändert, aber die Gesamtzahl der Kugeln. Die Wahrscheinlichkeit, eine schwarze Kugel zu ziehen, ist also $\frac{7}{9}$.

Erwartet wird nicht die Begründung, sondern nur der Zahlenwert.

/1 P.

Bewertungsschlüssel MSA

Punkte	Prozente	Mittlerer Schulabschluss (Note)
72 - 80	≥90	1
60 - 71	≥75	2
48 - 59	≥60	3
36 - 47	≥45	4
18 - 35	≥22	5
17 - 0	<22	6