

Zentrale Abschlussarbeit 2019

# Mathematik

## Heft 2

Mittlerer Schulabschluss

**Herausgeber**

Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein  
Brunswiker Str. 16-22, 24105 Kiel

**Aufgabenentwicklung**

Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein  
Institut für Qualitätsentwicklung an Schulen Schleswig-Holstein  
Fachkommissionen für die Zentralen Abschlussarbeiten in der Sekundarstufe I

**Umsetzung und Begleitung**

Ministerium für Bildung, Wissenschaft und Kultur des Landes Schleswig-Holstein  
zab1@bildungsdienste.landsh.de

## Liebe Schülerin, lieber Schüler!

Die Arbeit besteht aus zwei Heften. Dies ist **Heft 2**.

### Heft 1 Kurzformaufgaben

Diese Aufgaben sind ohne Taschenrechner in maximal 45 Minuten zu lösen. Die Formelsammlung und deine Zeichengeräte darfst du benutzen.

Du bearbeitest die Aufgaben in dem Heft.

Wenn du bei einer Aufgabe einmal etwas falsch angekreuzt hast, solltest du das Kreuz völlig durchstreichen.

Es kann Aufgaben geben, bei denen mehrere Antworten möglich sind. Die Punkte am Rand geben dir Hinweise.

### Heft 2 Komplexaufgaben

Heft 2 enthält 4 Komplexaufgaben, die alle bearbeitet werden müssen.

Jede Komplexaufgabe hat einen Wahlteil. Von 2 Komplexaufgaben musst du den Wahlteil bearbeiten; die Wahlteile der anderen beiden Komplexaufgaben musst du nicht bearbeiten. Entscheide dich, welche beiden Wahlteile du bearbeiten möchtest. Du musst nur **2 Wahlteile** bearbeiten.

Die Bearbeitung der Aufgaben erfolgt auf dem bereitliegenden, gestempelten Papier. Es kann Aufgaben geben, bei denen du aufgefordert wirst, direkt in das Prüfungsheft zu schreiben.

Den Taschenrechner, die Formelsammlung und deine Zeichengeräte darfst du benutzen.

### ACHTUNG !

In beiden Teilen wechseln sich leichtere und schwierigere Aufgaben ab. So kommt oft nach einer schwierigen Aufgabe eine leichtere. Wenn du eine Aufgabe nicht lösen kannst, versuche erst einmal die nächsten zu bearbeiten.

Nutze deine Lesezeit!

Du darfst in der Lesezeit einen Stift zum Markieren benutzen.

Lesezeit: 30 Minuten

Bearbeitungszeit: insgesamt 135 Minuten, davon höchstens 45 Minuten für die Kurzformaufgaben

**Bitte schreibe deinen Namen auf beide Aufgabenhefte!**

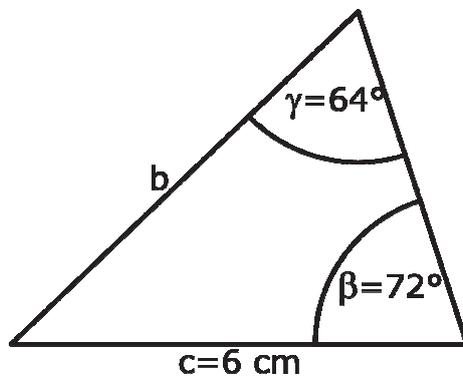
**Viel Erfolg!**

## B1: Trigonometrie Das Trigonometrie-Projekt

Eine 10. Klasse führt auf dem Schulgelände ein Vermessungsprojekt durch. Dabei messen die Schülerinnen und Schüler zugängliche Winkelgrößen und Streckenlängen. Andere Winkelgrößen und Streckenlängen müssen sie nachträglich errechnen, zum Beispiel durch Anwendung des Sinussatzes oder des Kosinussatzes.

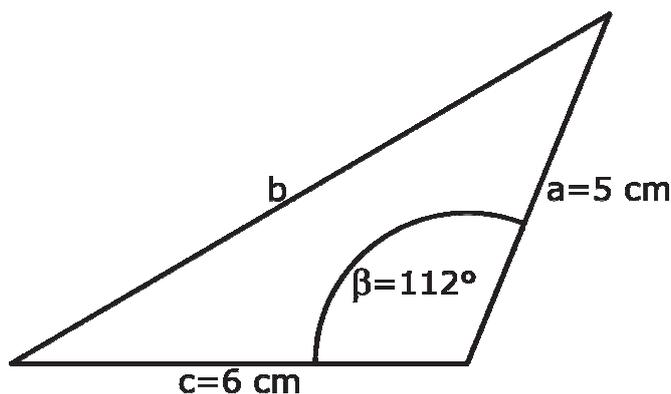
**(1)** Notiere jeweils einen Ansatz, wie man die gesuchte Größe berechnen kann. Das Ausrechnen ist nicht erforderlich.

**a)** **Gib** einen Ansatz **an**, wie du mit dem Sinussatz die Seitenlänge  $b$  berechnen kannst.



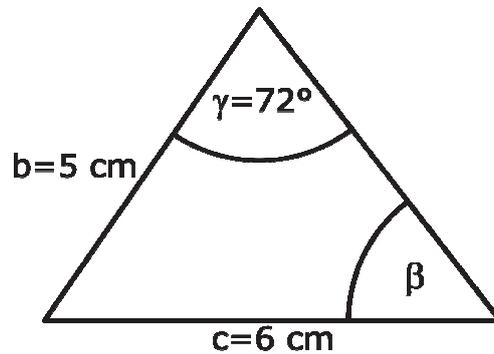
..... / 1 P.

**b)** **Gib** einen Ansatz **an**, wie du mit dem Kosinussatz die Seitenlänge  $b$  berechnen kannst.



..... /1 P.

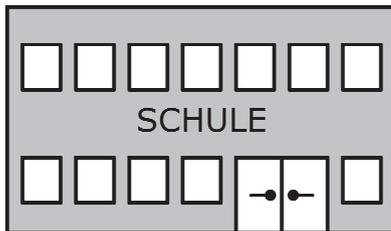
- c) **Gib** einen Ansatz **an**, wie du mit dem Sinussatz die Winkelgröße  $\beta$  berechnen kannst.



..... /1 P.

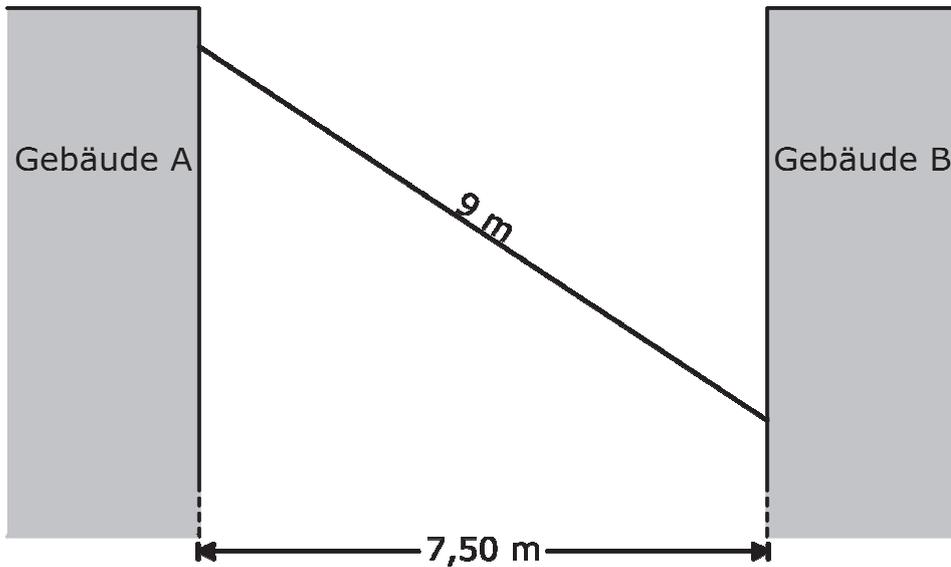
- (2) Die Oberkante des quaderförmigen Schulgebäudes wird aus einer Entfernung von 6,65 m unter einem Winkel von  $42^\circ$  angepeilt.

**Vervollständige** die angefangene Skizze und beschrifte sie mit den bekannten Werten.



..... /1 P.

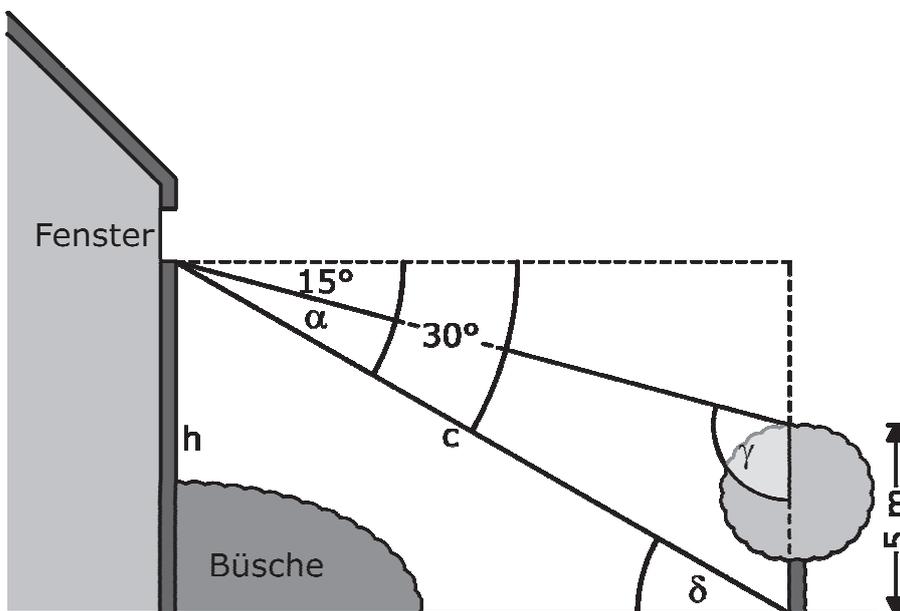
- (3) Zwei Schulgebäude sollen durch ein Schrägdach aus 9 m langen Fertigteilen verbunden werden.



**Berechne** den Winkel, den das Schrägdach zu Gebäude A einnehmen wird.

/2 P.

- (4) Büsche am Schulgebäude verhindern Messungen direkt an der Wand. Deshalb peilt Lina von einem Klassenraum-Fenster einen 5 m hohen Baum an.



- a) **Zeige**, dass der Winkel  $\gamma$   $105^\circ$  groß ist.

/1 P.

- b) **Berechne**, wie hoch das Fenster über dem Schulhof ist.

/3 P.

(5) Von der Schulhof-Ecke  $S$  wird zur Gebäude-Ecke  $G$  gepeilt.

Anschließend wird  $b$  berechnet:

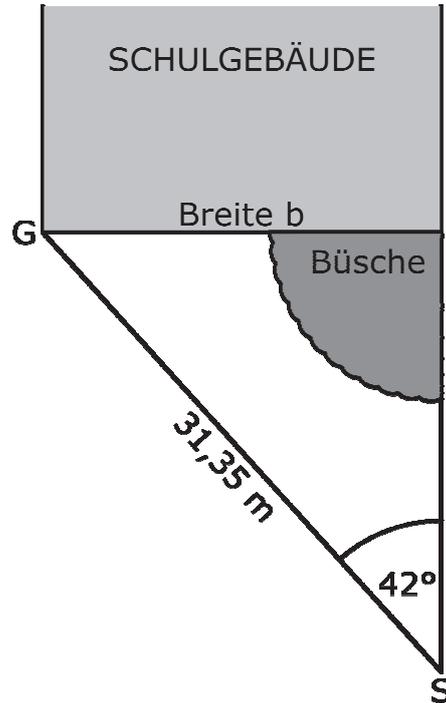
$$\sin(42^\circ) = \frac{b}{31,35} \quad | \cdot 31,35$$

$$31,35 \cdot \sin(42^\circ) = b$$

$$20,98 \text{ m} \approx b$$

Cjell denkt über Ungenauigkeiten beim Messen nach: „Wir haben die Länge 31,35 m gemessen. Die Abweichung beträgt höchstens 30 cm.“

**Zeige**, dass aufgrund dieser Messungenauigkeit der berechnete Wert für die Breite um weniger als 30 cm von 20,98 m abweicht.



..... /2 P.

## Wahlteil zu B1

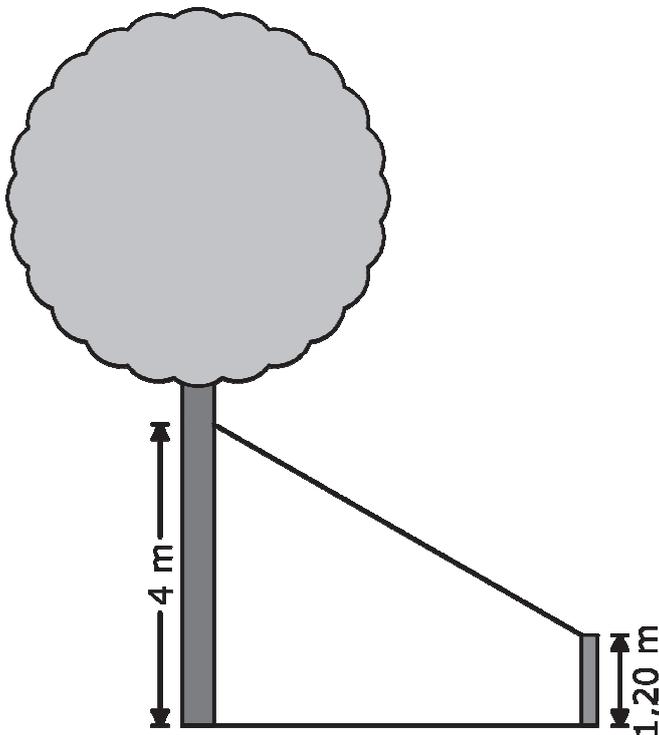
Bitte ankreuzen!

Der folgende Wahlteil soll gewertet werden  
(du musst insgesamt zwei Wahlteile bearbeiten):

ja       nein

- (6) Ein Baum auf dem Schulhof wird mit einem Halteseil an einem Pfosten gesichert.

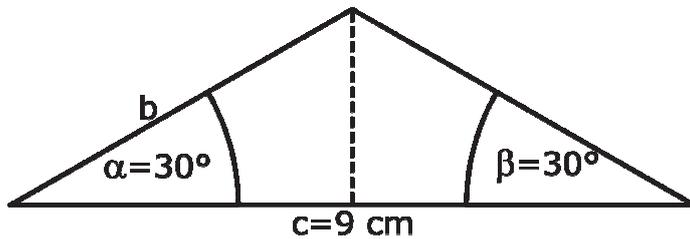
Um guten Halt zu geben, soll der Winkel zwischen Baum und Seil  $60^\circ$  betragen.



**Berechne** den Abstand zwischen Baum und Pfosten.

..... /3 P.

- (7) Sina und Sam haben die Seite  $b$  des Dreiecks auf unterschiedliche Art berechnet.



Sina	Sam
$\gamma = 180^\circ - 30^\circ - 30^\circ = 120^\circ$	$p = c : 2 = 4,5 \text{ cm}$
$\frac{b}{\sin(\beta)} = \frac{c}{\sin(\gamma)} \quad   \cdot \sin(\beta)$	$\cos(\beta) = \frac{p}{b} \quad   \cdot b$
$b = \frac{c \cdot \sin(\beta)}{\sin(\gamma)} \approx 5,20 \text{ cm}$	$b \cdot \cos(\beta) = p \quad   : \cos(\beta)$
	$b = \frac{p}{\cos(\beta)} \approx 5,20 \text{ cm}$

- a) **Erläutere** die beiden unterschiedlichen Lösungswege.

..... /2 P.

- b) **Entscheide**, welchen Weg du bevorzugen würdest und **begründe** deine Entscheidung.

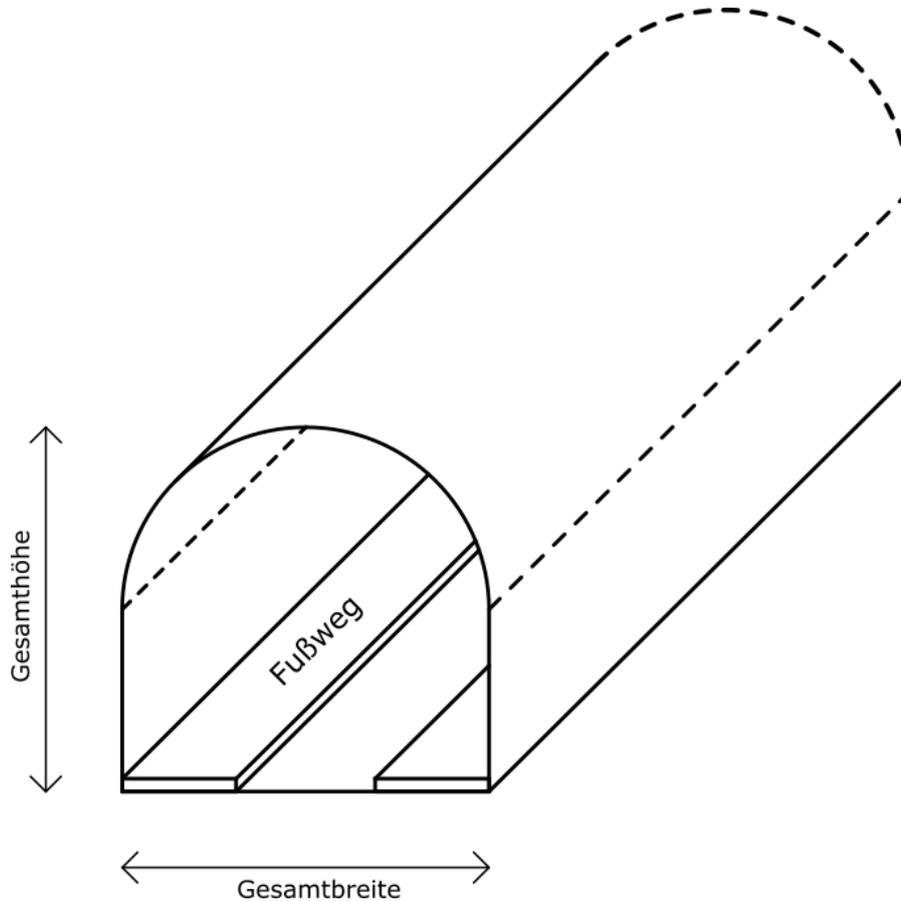
..... /1 P.

**B2: Stereometrie****Alter Elbtunnel**

Der alte Elbtunnel in Hamburg besteht aus 2 Röhren. Die Abbildung zeigt eine der beiden Röhren.

Jede Röhre ist 426,50 m lang.

Der Fußweg an beiden Seiten ist etwas erhöht.



- (1)** Der Querschnitt der Röhre besteht aus einem Rechteck und einem Halbkreis.

Folgende Angaben des Tunnels sind bekannt:

Höhe des Fußweges: 12 cm

Gesamtbreite: 4,80 m

Gesamthöhe: 4,80 m

Breite der Fahrbahn: 1,92 m

**Gib** den Radius des Halbkreises, die Höhe der Seitenwände und die Breite eines Fußweges **an**.

..... /3 P.

- (2) Die Seitenwände und die Decke der Röhren sind mit Fliesen beklebt.

**Berechne** für eine Röhre die Gesamtgröße der Fläche, die mit Fliesen beklebt ist.

*(Wenn du Aufgabe (1) nicht lösen konntest, rechne mit einem Radius von  $r = 2,50$  m und einer Höhe der Seitenwände von  $h = 2,30$  m)*

..... /4 P.

- (3) **Überprüfe**, ob 125 000 Fliesen der Größe 20 cm x 20 cm ausreichen.

*(Wenn du die Größe der Fläche nicht berechnen kannst, verwende  $A = 5\,500$  m<sup>2</sup>)*

..... /3 P.

- (4) Die Fahrbahn fällt auf einer Länge von 150 m im Verhältnis 1:100 ab.



**Bestimme**, um wie viele Meter die Fahrbahn auf einer Strecke von 150 m abfällt.

..... /2 P.

## Wahlteil zu B2

Bitte ankreuzen!

Der folgende Wahlteil soll gewertet werden  
(du musst insgesamt zwei Wahlteile bearbeiten):

ja       nein

*Tipp:*

*Die Angaben zum Lösen der Wahlaufgaben (5) und (6) findest du in der Einleitung und in Aufgabe (1).*

**(5)** Die beiden Fußwege in einer Röhre sollen neu asphaltiert werden.

Es stehen dafür  $50 \text{ m}^3$  Asphalt zur Verfügung.

**Berechne**, wie viele Zentimeter hoch die Asphaltsschicht dann werden darf.

*(Wenn du die Breite des Fußweges in Aufgabe (1) nicht berechnen konntest, verwende  $b = 1,40 \text{ m}$ )*

..... /3 P.

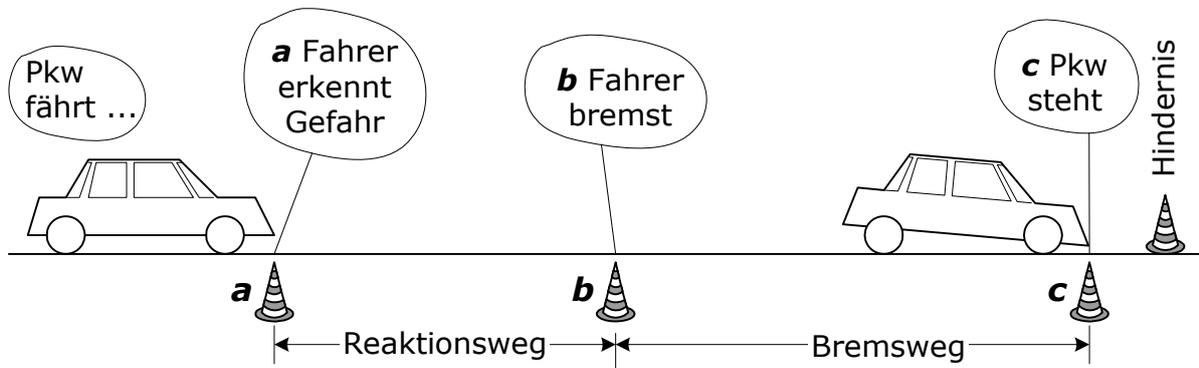
**(6) Weise nach**, dass der Rauminhalt einer Röhre mehr als  $8\,000 \text{ m}^3$  beträgt.

Du darfst dabei die Höhe des Fußweges vernachlässigen!

..... /3 P.

**B3: Funktionen****Anhalteweg**

Für die Führerscheinprüfung muss man lernen, den Anhalteweg zu berechnen. Der Anhalteweg setzt sich aus dem Reaktionsweg und dem Bremsweg zusammen (siehe Abbildung).



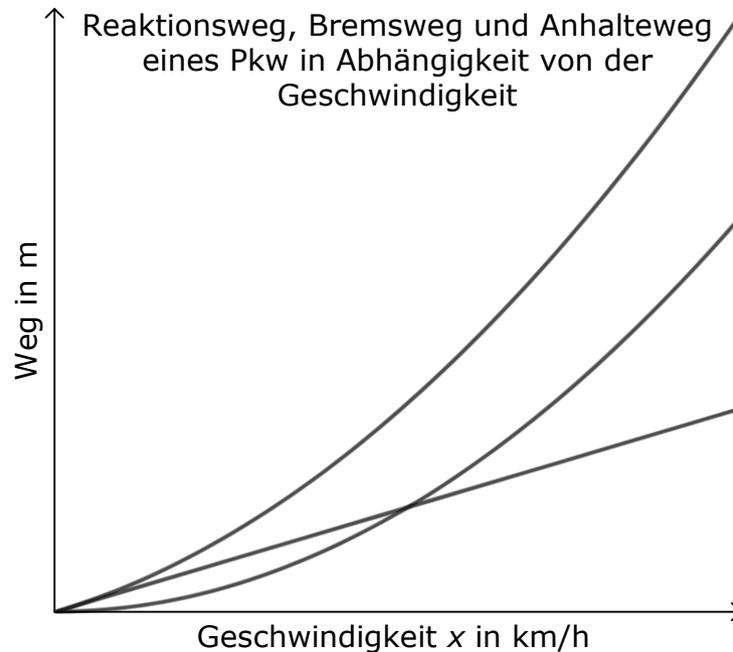
(1) Die sogenannten "Fahrschulformeln" geben eine einfache Rechenvorschrift für den Reaktionsweg, den Bremsweg und den Anhalteweg an.

a) **Ergänze** die beiden fehlenden Werte.

Geschwindigkeit $x$ in km/h	Reaktionsweg $r(x)$ in Metern	Bremsweg $b(x)$ in Metern	Anhalteweg $a(x)$ in Metern
10	3	1	4
20	6	4	10
30	9	9	18
50	15	25	40
70	21	49	70
80			88
100	30	100	130

..... /2 P.

- b)** Die Funktionsgraphen stellen dar, wie der Reaktionsweg, der Bremsweg und der Anhalteweg jeweils von der Geschwindigkeit abhängen.  
Dies entspricht den drei Fahrschulformeln (vgl. Tabelle).  
Dabei steht  $x$  für die Geschwindigkeit in km/h.



**Beschrifte** den passenden Graphen mit  $r(x)$  wie Reaktionsweg,  $b(x)$  wie Bremsweg und  $a(x)$  wie Anhalteweg.

..... /2 P.

- c)** Bei 30 km/h sind laut Fahrschulformel der Reaktionsweg und der Bremsweg gleich lang.

**Markiere** im Diagramm einen zu diesem Sachverhalt passenden Punkt.

..... /1 P.

- (2) Die Fahrschulformel gibt nur ungefähre Werte für den Bremsweg an. In einem Autotest wird auf griffigem Untergrund, z. B. auf einer Betonfahrbahn, extrem stark gebremst. Deshalb werden kürzere Bremswege gemessen.

Ein typischer Wert für die Formel ist  $b_{\text{Beton}}(x) = 0,0038x^2$ .

Dabei steht  $x$  für die Geschwindigkeit in km/h.

$b(x)$  gibt den Bremsweg in Metern an.

**Berechne** den Bremsweg bei 100 km/h auf Beton.

..... /1 P.

- (3) Bei einem Unfall konnte ein Fahrzeug nicht rechtzeitig anhalten. Auf der Betonfahrbahn wird eine 42 m lange Bremsspur gemessen.

Der Verkehrs-Sachverständige rechnet mit  $b_{\text{Beton}}(x) = 0,0038x^2$ .

- a) **Berechne**, aus welcher Geschwindigkeit  $x$  das Fahrzeug mindestens abgebremst wurde.

..... /2 P.

- b) Für den Anhalteweg ist außer dem Bremsweg  $b_{\text{Beton}}(x) = 0,0038x^2$  noch der Reaktionsweg  $r(x) = 0,3x$  zu berücksichtigen.

**Berechne** den Reaktionsweg sowie den Anhalteweg bei der in a) berechneten Geschwindigkeit.

*(Falls du die Geschwindigkeit in a) nicht berechnen konntest, dann rechne mit 100 km/h.)*

..... /2 P.

- c) Im Bereich der Unfallstelle ist die zulässige Höchstgeschwindigkeit auf 80 km/h begrenzt.

**Untersuche**, ob der Fahrer bei 80 km/h noch rechtzeitig hätte anhalten können.

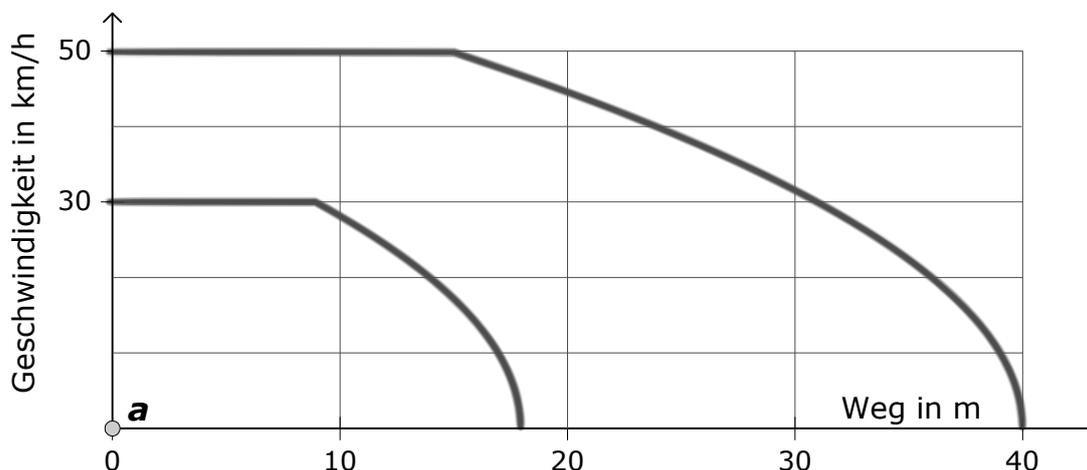
..... /2 P.

## Wahlteil zu B3

Bitte ankreuzen!

Der folgende Wahlteil soll gewertet werden  
(du musst insgesamt zwei Wahlteile bearbeiten):

ja       nein



- (4) Das Diagramm zeigt, wie die Geschwindigkeit eines Pkw sich im Verlauf des Anhaltewegs verringert. Die Werte gehen von der „Fahrschulformel“ für den Anhalteweg aus.
- a) Grundschul Kinder überqueren einen Zebrastreifen. Ein Pkw nähert sich mit 30 km/h. Der Fahrer bemerkt die Kinder. Zu diesem Zeitpunkt befindet sich der Pkw an der Stelle **a**.  
Nach Zurücklegen des Reaktionsweges und des Bremsweges bleibt der Pkw 12 m vor den Kindern stehen.
- Markiere** und **beschrifte** im Diagramm auf der Rechtsachse die folgenden Stellen:
- b** Der Fahrer beginnt zu bremsen.
  - c** Das Fahrzeug steht.
  - d** Die Kinder betreten den Zebrastreifen.

..... /3 P.

- b) Bei einer Geschwindigkeit von 50 km/h kann der Fahrer den Pkw nicht mehr vor dem Zebrastreifen anhalten.

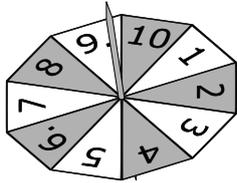
**Bestimme** mit Hilfe des Diagramms die Geschwindigkeit, mit der der Pkw den Zebrastreifen dann überquert.  
Schreibe auf oder zeichne ein, wie du dabei vorgegangen bist.

..... /3 P.

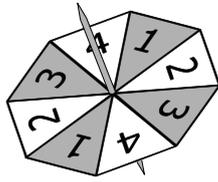
## B4: Statistik und Wahrscheinlichkeit

## Kreisel

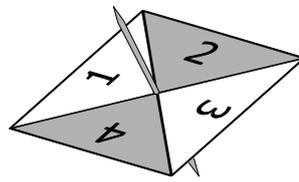
Die abgebildeten Kreisel werden gedreht.



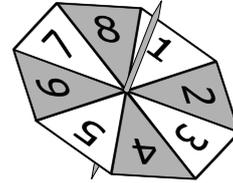
A



B



C



D

(1) Der Kreisel A wird einmal gedreht.

- a) **Gib** für den Kreisel A die Wahrscheinlichkeit **an**, eine Zahl kleiner als vier zu drehen.

..... /1 P.

- b) **Gib** für den Kreisel A ein Ereignis **an**, dessen Wahrscheinlichkeit  $\frac{1}{2}$  beträgt.

..... /1 P.

(2) Die Kreisel B und D werden nacheinander jeweils einmal gedreht.

- a) **Ermittle** die Wahrscheinlichkeit, beim Drehen einen Pasch (zweimal die gleiche Zahl) zu erhalten.

..... /3 P.

- b) **Formuliere** zu dem Ereignis „einen Pasch drehen“ das Gegenereignis und gib seine Wahrscheinlichkeit an.

..... /2 P.

(3) Der Kreisel B wird zweimal gedreht. Aus beiden Ziffern wird unter Beachtung der Reihenfolge eine zweistellige Zahl gebildet.

- Bestimme** die Wahrscheinlichkeit, mit Kreisel B beim zweimaligen Drehen eine Zahl größer als 40 zu erhalten.

..... /3 P.

- (4) Die Klasse 10 experimentiert mit dem Kreisel C. Sie untersucht die Häufigkeit des Ereignisses „eine 1 drehen“. Vierzehn Gruppen haben dazu den Kreisel jeweils 100-mal gedreht. Die Ergebnisse sammeln sie in einer Tabelle.

	Ergebnisse der Gruppe		zusammengefasste Ergebnisse	
Spalte A	Spalte B	Spalte C	Spalte D	Spalte E
Gruppe Nr.	absolute Häufigkeit	relative Häufigkeit	Summe	relative Häufigkeit
1	26	0,26	26	0,260
2	24	0,24	50	0,250
3	28	0,28	78	0,260
4	17	0,17		0,238
5	21	0,21	116	
6	28	0,28	144	0,240
7	24	0,24	168	0,240
8	23	0,23	191	0,239
9	28	0,28	219	0,243
10	25	0,25	244	0,244
11	16	0,16	260	0,236
12	22	0,22	282	0,235
13	25	0,25	307	0,236
14	21	0,21	328	0,234

**Ergänze** die zwei fehlenden Werte in der Tabelle.

..... /2 P.

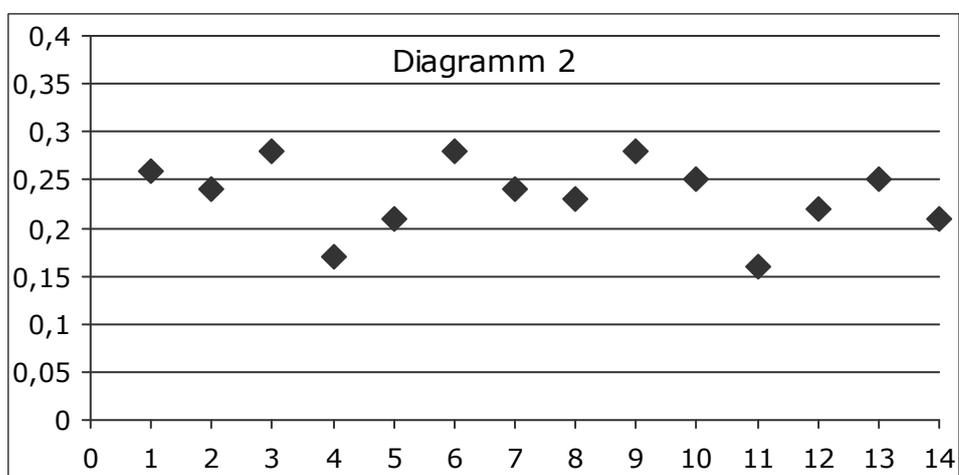
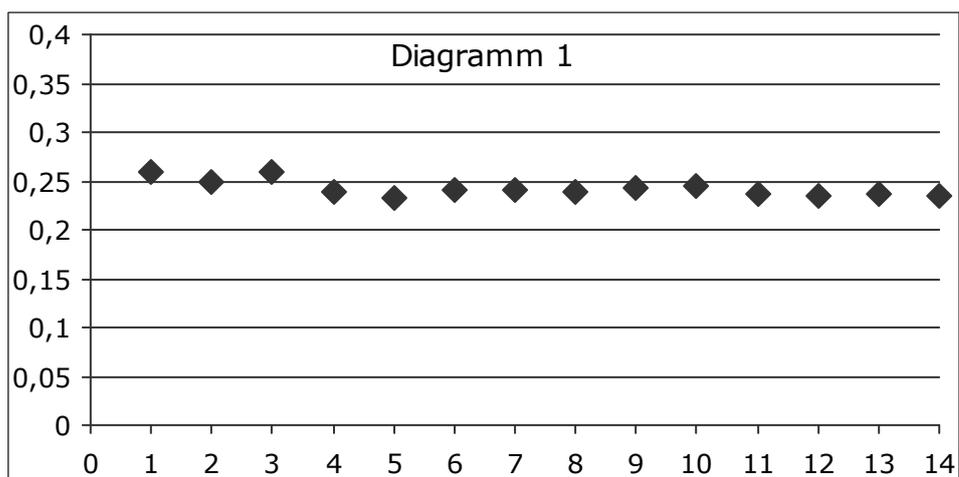
## Wahlteil zu B4

Bitte ankreuzen!

Der folgende Wahlteil soll gewertet werden  
(du musst insgesamt zwei Wahlteile bearbeiten):

ja       nein

- (5) Die Klasse 10 hat zu der Tabelle mit dem Computer zwei Diagramme zeichnen lassen.



- a) **Ordne** den beiden Diagrammen die richtigen Spalten aus der Tabelle (vgl. Aufgabe 4) **zu**.

Diagramm	Spaltenbezeichnung (A – E)
Diagramm 1	Spalte _____
Diagramm 2	Spalte _____

..... /2 P.

- b) Erläutere** die Bedeutung der beiden Diagramme der Klasse 10 im Hinblick auf das Zufallsexperiment.

...../2 P.

- (6)** Jan untersucht einen Dreieck-Kreisel, einen Fünfeck-Kreisel, einen Siebeneck-Kreisel, ... Die Kreisel sind beschriftet mit 1-2-3, 1-2-3-4-5, 1-2-3-4-5-6-7, ...

- a) Ergänze** in der Tabelle die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „eine ungerade Zahl drehen“ beim 101-Eck-Kreisel.

3-Eck	5-Eck	7-Eck	...	13-Eck	...	101-Eck
$\frac{2}{3}$	$\frac{3}{5}$	$\frac{4}{7}$	...	$\frac{7}{13}$	...	

...../1 P.

- b) Beschreibe** für das 101-Eck, wie du den Zähler und den Nenner des zugehörigen Bruches ermittelt hast.

...../1 P.

## Bewertungsübersicht

	max. Punkte	erreichte Punkte
Heft 1	40	
Heft 2: B1	12	
Wahlteil ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/>	6	
Heft 2: B2	12	
Wahlteil ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/>	6	
Heft 2: B3	12	
Wahlteil ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/>	6	
Heft 2: B4	12	
Wahlteil ja <input type="checkbox"/> nein <input type="checkbox"/>	6	
Gesamtpunktzahl	100	

## Bewertungsschlüssel MSA

Punkte	Prozente	Mittlerer Schulabschluss (Note)
90 - 100	≥90	1
75 - 89	≥75	2
60 - 74	≥60	3
45 - 59	≥45	4
22 - 44	≥22	5
21 - 0	<22	6